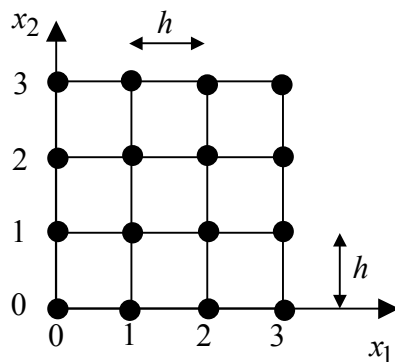


Université du Sud Toulon - Var
ISITV

Différences Finies T.D. n°4

- I- On veut résoudre l'équation de Laplace bidimensionnelle $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = \alpha$ dans un carré de côté 1, avec des conditions de Dirichlet sur les quatre frontières.
- a. On utilise dans un premier temps une résolution par différences finies sur un domaine à 4 mailles ($N = 3$) :



$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = h$$

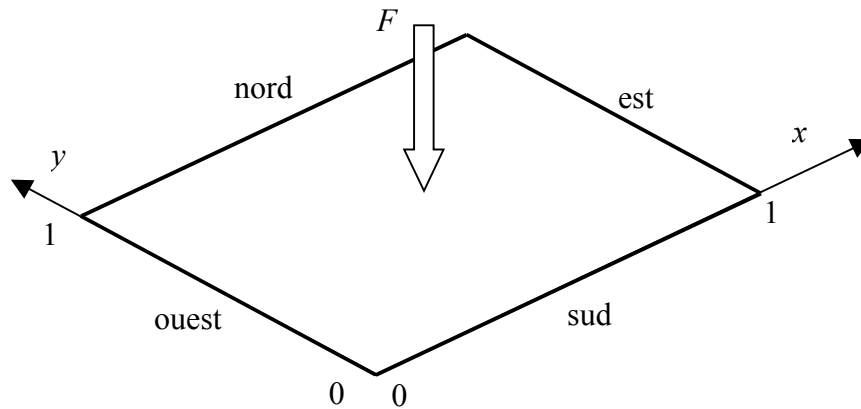
avec les conditions aux limites $f(0, x_2) = f(1, x_2) = f(x_1, 0) = f(x_1, 1) = -2$.

Ecrire le schéma au différences finies associé ($M\vec{X} = \vec{C}$), en remplaçant les dérivées par des différences centrées.

- b. Déterminer la forme de la matrice M dans le cas où $N = 5$.
- c. Déterminer la forme de la matrice M dans le cas général.
- II- On considère une plaque carrée, de 1 mètre de côté, sur laquelle s'exerce un flux de chaleur F constant. L'équation régissant la température dans la plaque est alors l'équation de la chaleur en bidimensionnel stationnaire :

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + F = 0 \quad \lambda = 100 \text{ W/(m}^\circ\text{K)} \text{ conductivité thermique}$$

On supposera que la température est fixée sur chacun des côtés du carré (nord, ouest, sud, est), la température des coins étant alors la moyenne de la température des côtés correspondant.



- Ecrire le schéma au différences finies associé ($M\vec{X} = \vec{C}$), en remplaçant les dérivées par des différences centrées, pour un maillage où $N = 20$, en tenant compte des conditions aux limites.
- Ecrire un programme Matlab permettant de résoudre l'équation matricielle obtenue.
- Résoudre l'équation dans les cas suivants :

$T_{sud} (^{\circ}\text{K})$	$T_{est} (^{\circ}\text{K})$	$T_{nord} (^{\circ}\text{K})$	$T_{ouest} (^{\circ}\text{K})$	$F (W / m^3)$
300	300	300	300	1000
300	305	300	305	1000
300	301	302	303	1000
300	310	300	300	1000
300	300	300	295	10000

- Calculer les flux de chaleur aux côtés.