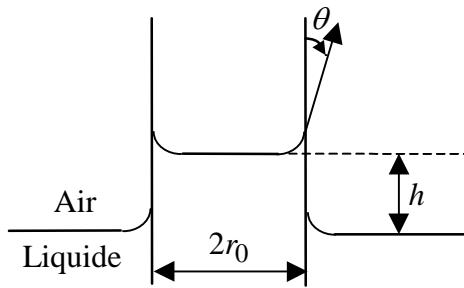


## Mécanique des Fluides

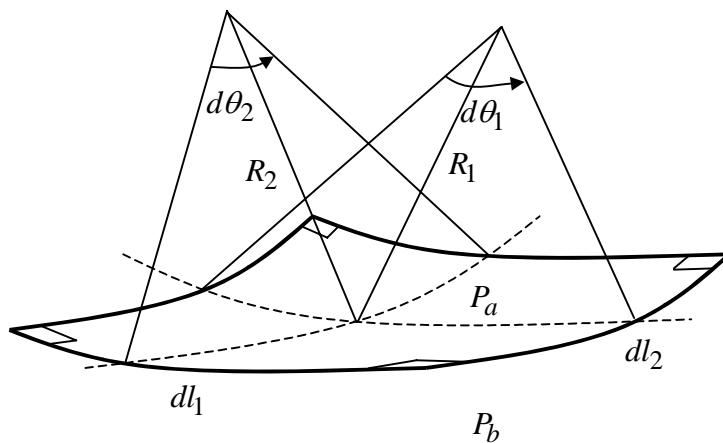
### T.D. n°1

- I- *Remontée capillaire.* Evaluer la hauteur  $h$  à laquelle s'élève un liquide qui mouille le verre dans un tube capillaire en fonction de  $\sigma$  (tension superficielle),  $r_0$  et  $\theta$  (voir figure). Pour cela, on écrira l'équilibre entre la force due à la capillarité et le poids du liquide déplacé. Pour de l'eau en contact avec le tube de verre, on aura  $\theta = 0^\circ$ , alors que pour du mercure en contact avec le tube de verre, on aura  $\theta = 130^\circ$ .



A.N. :  $\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$ ;  $\sigma_e = 7,36 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ ;  
 $\sigma_m = 47,2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$

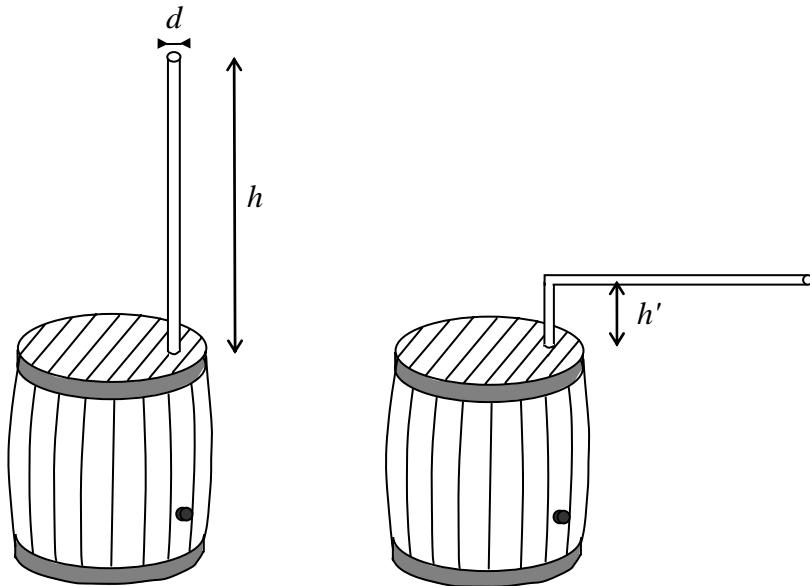
- II- *Formule de Young et Laplace.* Soit une surface élémentaire appartenant à une interface entre deux fluides (voir figure),  $P_a$  et  $P_b$  les pressions de part et d'autre de cette interface. Déterminer la différence de pression entre  $P_a$  et  $P_b$  en fonction de la tension superficielle  $\sigma$  ainsi que de  $R_1$  et  $R_2$  les rayons de courbure principaux de la surface élémentaire. On écrira l'équilibre entre les forces de pression et de tensions superficielles normalement à l'élément de surface  $dl_1 dl_2$ .



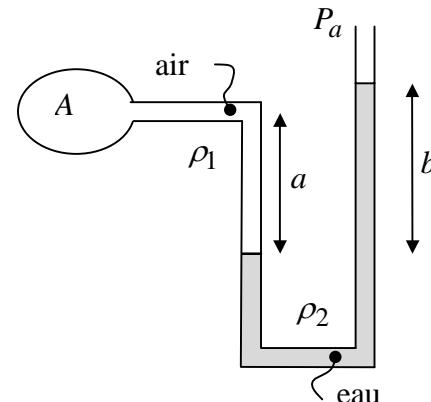
- III- *Expérience du tonneau de Pascal.* On considère un tonneau rempli d'eau, auquel on

adjoint un tuyau ouvert (branché sur le dessus) lui aussi rempli d'eau, de diamètre  $d = 2\text{cm}$  et de longueur totale  $h = 10\text{m}$ .

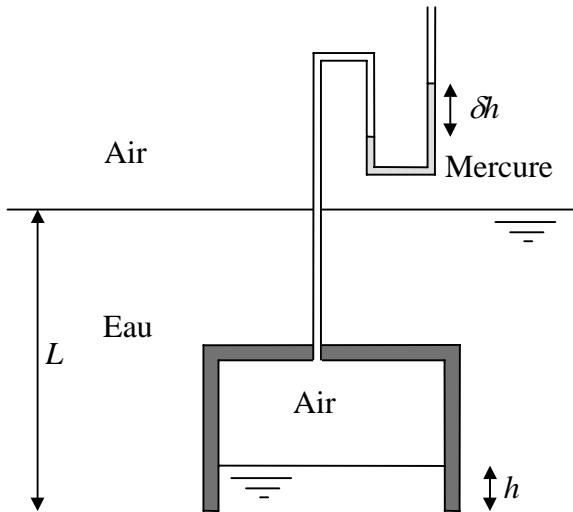
- Calculer la masse d'eau contenue dans le tuyau.
- Calculer la pression exercée par l'eau au sommet du tonneau lorsque le tuyau est vertical (figure gauche).
- On plie le tuyau à une hauteur  $h' = 1\text{m}$  de façon à l'incliner presque horizontalement (figure droite). Même question que précédemment.



- IV- *Enceinte pressurisée.* Déterminer la pression  $P_A$  régnant à l'intérieur de l'enceinte, en fonction de la pression extérieure  $P_a$ , des hauteurs  $a$  et  $b$  et des masses volumiques  $\rho_1$  de l'air et  $\rho_2$  de l'eau (voir figure).



- V- *Cloche de plongée.* Une cloche de plongée est immergée dans l'eau, de façon à ce que l'air contenu reste prisonnier de la cloche. Au fur et à mesure de la descente, l'air se comprime et l'eau remonte petit à petit dans la cloche. De la lecture du manomètre  $\delta h$  (voir figure) et de la profondeur  $L$ , en déduire la hauteur  $h$  de remontée de l'eau (on appellera  $\rho_m$  la masse volumique du mercure et  $\rho_e$  la masse volumique de l'eau).



VI- *Profil vertical de pression dans l'atmosphère.* Déterminer la pression atmosphérique en fonction de l'altitude  $z$  (en supposant que l'air est un gaz parfait) dans les deux cas suivants :

- Cas d'une atmosphère compressible isotherme.
- Cas d'une atmosphère compressible, avec évolution isentropique ( $\frac{P}{\rho^\gamma} = cte$ ).

VII- *Equilibre d'une atmosphère stratifiée.* On considère un gaz soumis à la pesanteur. Le but est de trouver dans quelles conditions de variation de température en fonction de l'altitude  $z$  les couches d'air sont stables et ne se mélagent pas.

- L'atmosphère à l'altitude  $z$  est caractérisée par l'état ( $P_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho_0$ ). Un petit volume d'air atmosphérique est soulevé de l'altitude  $z$  à l'altitude  $z+dz$  (déplacement supposé très faible). Exprimer sa nouvelle masse volumique  $\rho'_0$  au niveau  $z+dz$ . On supposera pour cela que :

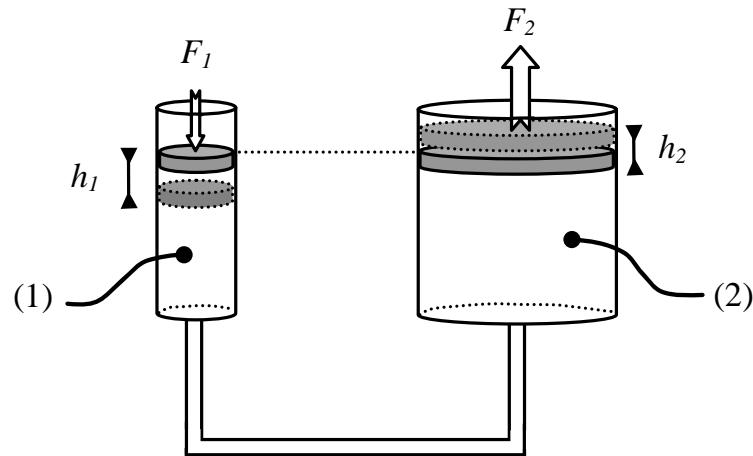
- l'air est un gaz parfait et se déplace de façon isentropique,
- la pression de l'atmosphère à l'altitude  $z+dz$  est  $P_1$  (variation infinitésimale entre les niveaux  $z$  et  $z+dz$ ),
- la pression du volume d'air soulevé à l'altitude  $z+dz$  est également  $P_1$  (la pression est transmise même s'il ne se mélange pas avec l'atmosphère environnante).

On effectuera un développement limité au premier ordre de l'expression obtenue.

- Exprimer la densité  $\rho_1$  de l'atmosphère à l'altitude  $z+dz$ , puis la condition d'instabilité des couches d'air en fonction de  $\gamma$ ,  $P_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\frac{dP}{dz}$  et  $\frac{d\rho}{dz}$ .
- En utilisant la loi de la statique des fluides, trouver la condition d'instabilité des couches d'air en terme de gradient vertical de température. La condition d'inégalité satisfaite par  $\frac{dT}{dz}$  s'exprimera en fonction de  $R$  et de  $\gamma$ .
- A.N. :  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  ;  $R = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ;  $\gamma = 1,4$ .

VIII- *Presse hydraulique* On considère un système constitué de deux cylindres (1) et (2) à l'intérieur desquels se trouvent deux pistons  $P_1$  et  $P_2$  situés à la même hauteur, de diamètres respectifs  $d_1 = 5 \text{ cm}$  et  $d_2 = 20 \text{ cm}$ . Les cylindres sont remplis d'eau et sont

reliés par un tuyau. La force  $F_1$  est exercée verticalement vers le bas sur  $P_1$  qui se déplace de la hauteur  $h_1$ , la force  $F_2$  est exercée en retour vers le haut sur  $P_2$  qui se déplace de la hauteur  $h_2$  (voir figure).



- Déterminer l'expression de la force  $F_2$  en fonction de la force  $F_1$ . On négligera la variation de hauteur des pistons dans les cylindres.
- Déterminer l'expression de la hauteur  $h_2$  en fonction de la hauteur  $h_1$ .
- A.N. :  $F_1 = 100N$  ,  $h_1 = 16cm$ . Commenter.