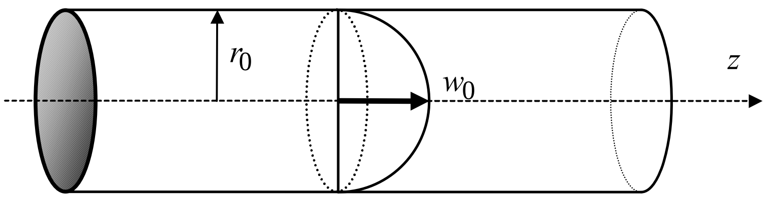
Université de Toulon
SeaTech

Mécanique des Fluides
T.D. n°5

I- *Navier-Stokes cylindrique*. Ecrire les équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques, sans terme de gravité. On commencera par exprimer le Laplacien. On rappelle l'expression de l'opérateur nabla en coordonnées cylindriques :

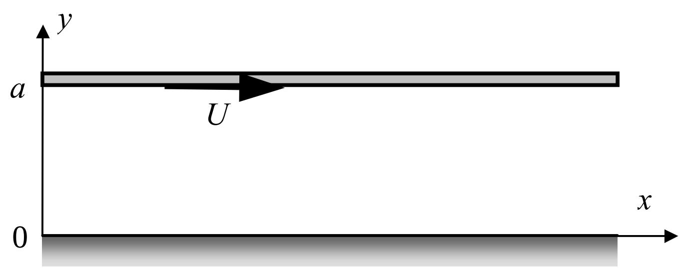
$$\vec{\nabla} = \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \vec{e}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

II- *Ecoulement dans un cylindre*. On veut étudier l'écoulement permanent d'un fluide visqueux incompressible dans un tuyau cylindrique "infiniment" long, de rayon r_0.



a. Déterminer le champ de vitesse de l'écoulement, engendré par un gradient de pression dans la direction *z*. On pourra négliger les effets de la pesanteur. On commencera par exprimer les conditions aux limites sur la vitesse, ainsi que les différentes hypothèses effectuées sur l'écoulement.
b. Calculer le gradient longitudinal de pression en fonction du débit, puis de la vitesse moyenne V_m.
c. Déterminer la vitesse maximale w_0 en fonction de la vitesse moyenne V_m. Quel est l'intérêt de la vitesse moyenne ?

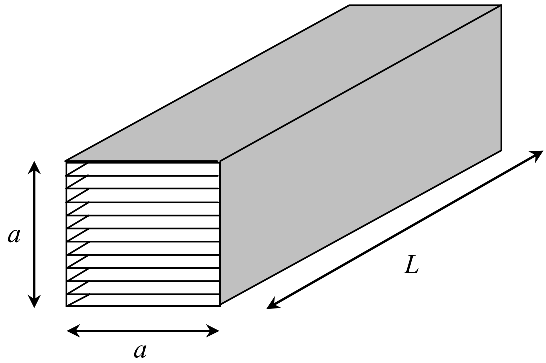
III- *Plaque plane mobile*. On considère un fluide incompressible de viscosité dynamique μ compris entre deux plaques parallèles supposées infinies, aux côtes $y = 0$ et $y = a$.



La plaque $y = 0$ est immobile, alors que la plaque $y = a$ se déplace à une vitesse constante *U* (voir figure).

a. Déterminer l'équation de la vitesse du fluide.
b. Discuter la forme du profil de vitesse suivant les valeurs et le sens du gradient de pression.
c. Calculer le débit par unité de largeur *dz*, la vitesse moyenne U_m et la force τ de cisaillement par unité de surface sur la plaque $y = 0$.

IV- *Détendeur*. Un détendeur est constitué d'un tuyau de section carrée de côté *a* et de longueur *L*. Il est divisé en *N* lamelles d'épaisseur négligeable. On supposera l'écoulement de débit volumique *Q* permanent, laminaire et incompressible. On négligera l'effet de bord sur les côtés latéraux.



a. Déterminer la perte de pression subie par le fluide entre l'entrée et la sortie du tuyau dans le cas où il n'y a pas de lamelles.
b. Même question dans le cas où les lamelles sont présentes. Quel est le rapport entre les pertes de pression des deux cas ?
c. A.N. : le fluide considéré est de l'air ($\rho = 1{,}2 kg/m^3$, $\mu = 1{,}82.10^{-5} Pl$), le tuyau a pour côté $a = 1cm$ et pour longueur $L = 10cm$, le nombre de lamelles est $N = 50$, le débit volumique $Q = 10 l/s$. Calculer la perte de pression. Les hypothèses d'écoulement laminaire et incompressible sont elles justifiées ?

V- *Plaque plane mobile*. Déterminer le profil de vitesse du fluide de l'exercice III dans le cas où la vitesse de la plaque plane décroît exponentiellement avec le temps pour $t > 0$ ($U = U_0 e^{-\lambda t}$ avec $\lambda > 0$) et où le gradient de pression longitudinal est nul ($\partial P / \partial x = 0$).

a. Chercher une solution de la forme $u(y,t) = f(y)g(t)$. Vérifier que l'on retrouve une solution identique à celle de l'exercice III si la vitesse de la plaque est constante ($\lambda = 0$).
b. Quelles sont les limites de validité de la solution en fonction de la viscosité cinématique υ ?